



# FÍSICA III

Professora Mauren Pomalis

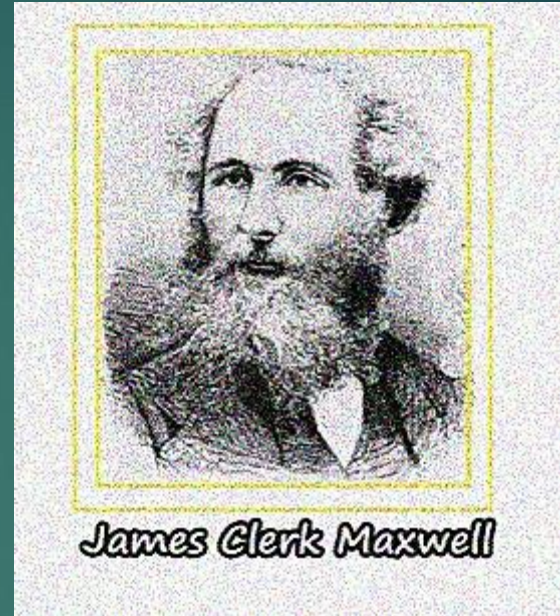
[mauren.pomalis@unir.br](mailto:mauren.pomalis@unir.br)

ENGENHARIA ELÉTRICA - 3º PERÍODO

UNIR/PORTO VELHO

2017/1

# Equações de Maxwell



# Sumário

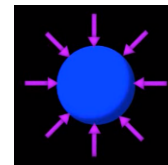
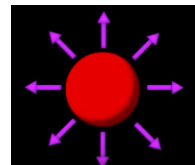
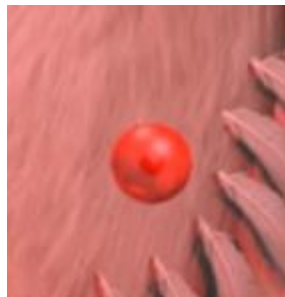
- ▶ Introdução
- ▶ Equações de Maxwell
  - ▶ 1ª
  - ▶ 2ª
  - ▶ 3ª
  - ▶ 4ª
- ▶ Ondas eletromagnéticas

# Introdução

- ▶ James Clerk Maxwell foi um físico e matemático escocês que viveu entre 1831 e 1879.
- ▶ James Maxwell decidiu unificar todas as equações e unificar de vez a eletricidade e o magnetismo, com o eletromagnetismo!
- ▶ Inicialmente, 1861, eram 20 equações, com 20 variáveis, porém em 1884, Heaviside e Gibbs decidiram reduzi-las a 4!

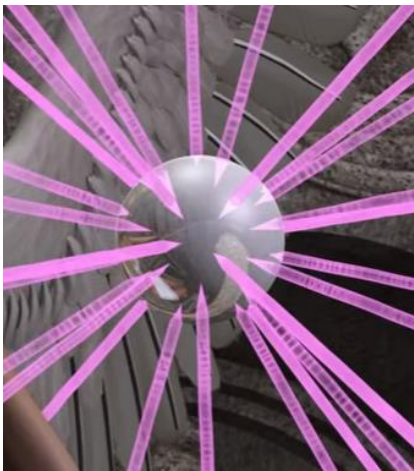
# 1ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss da Eletricidade
- ▶ Introdução:
- ▶ Uma simples partícula de carga pode criar um campo elétrico através do espaço.



# 1ª Equação de Maxwell

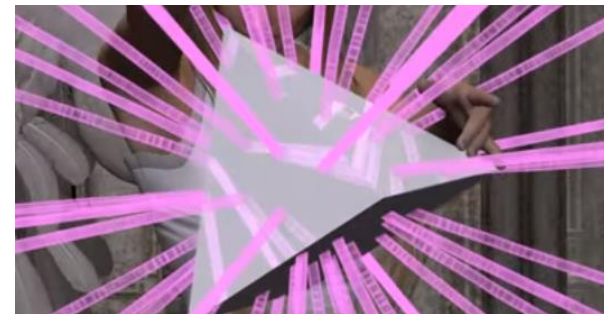
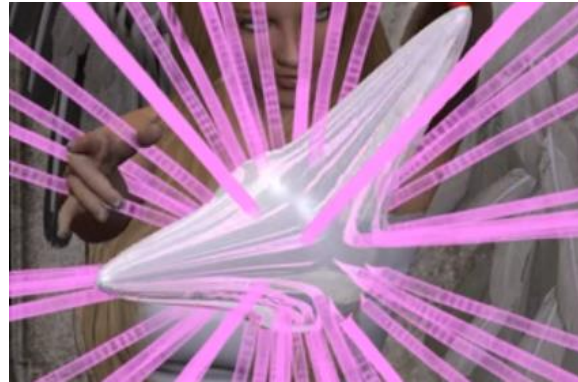
- ▶ Lei de Gauss da Eletricidade
- ▶ Supondo que coloquemos a carga dentro de um superfície fechada, “as linhas de campo elétrico que saem dessa superfície é relativa à quantidade de carga dentro dela.”



- ▶ Somente se aumenta a quantidade de linhas de campo elétrico através da superfície, aumentando a quantidade de carga dentro dela!

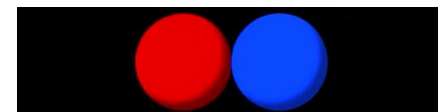
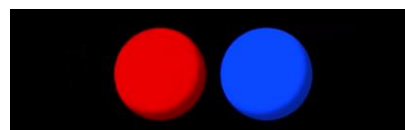
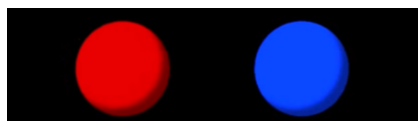
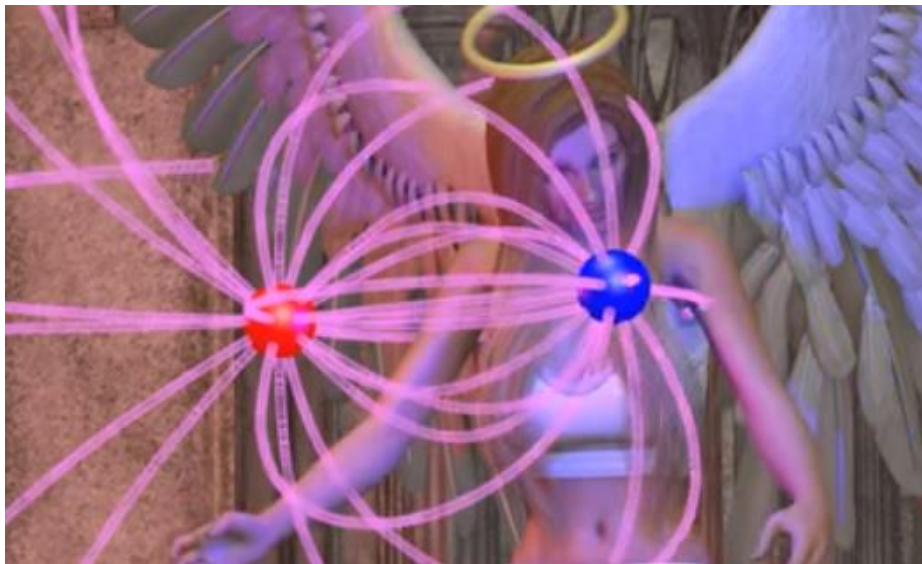
# 1ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss da Eletricidade
- ▶ O número de linhas de campo elétrico saindo da superfície não variam com o tamanho ou forma da superfície!



# 1ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss da Eletricidade
- ▶ As linhas saem das cargas positivas e chegam nas negativas.





# 1ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss da Eletricidade
- ▶ Cargas de sinais opostos se cancelam, portanto se ambas (+ e -) são imersas numa superfície fechada o número de linhas saindo da superfície e entrando nela é igual, ou seja zero.



- ▶ Importante: neste caso (cargas iguais de sinais diferentes) a carga “líquida” dentro da esfera é zero.

# 1ª Equação de Maxwell

- ▶ 1ª Eq. de Maxwell

The diagram illustrates the first Maxwell equation, Gauss's Law, with color-coded components and labels:

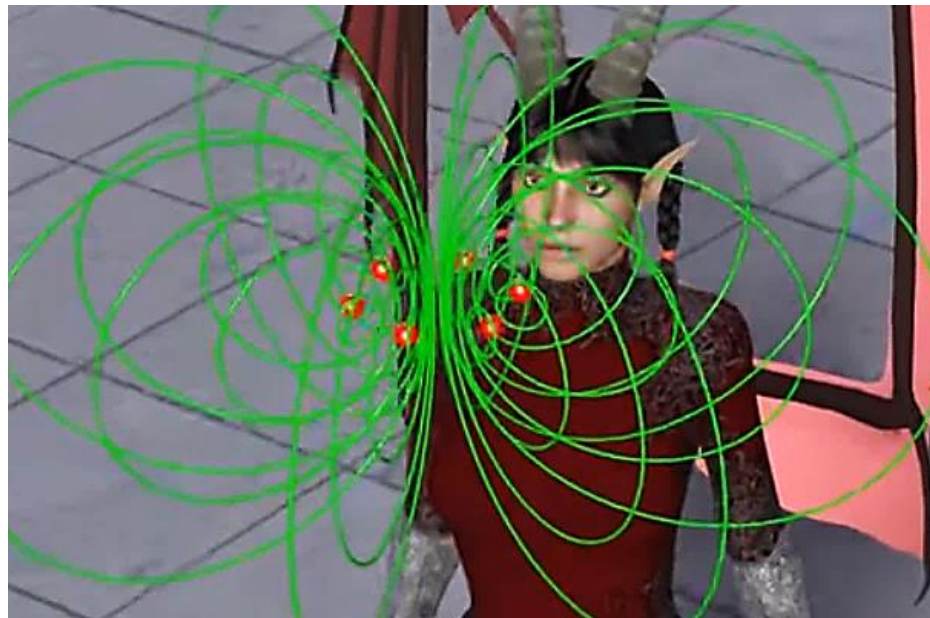
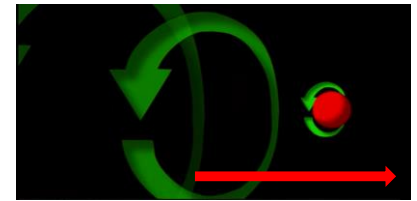
- Integral sign ( $\int$ ):** A pink box containing a white integral symbol.
- Electric field ( $\vec{E}$ ):** A green box containing a white vector  $\vec{E}$  with a right-pointing arrow. Above it is the label "electric field".
- Dot product ( $\cdot$ ):** A white dot representing the dot product.
- Area element ( $d\vec{A}$ ):** A green box containing a white vector  $d\vec{A}$  with a right-pointing arrow. Above it is the label "area of surface".
- Equality sign ( $=$ ):** A white equals sign.
- Enclosed charge ( $q$ ):** A pink box containing a white  $q$ . To its right is the label "enclosed charge".
- Permittivity of free space ( $\epsilon_0$ ):** A blue box containing a white  $\epsilon_0$ . To its right is the label "permittivity of free space".

The equation is presented as:  $\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$

- ▶ Relaciona o fluxo elétrico às cargas elétricas envolvidas.

# 2ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss do Magnetismo
- ▶ Introdução:
- ▶ Cargas em movimento produzem campo magnético.



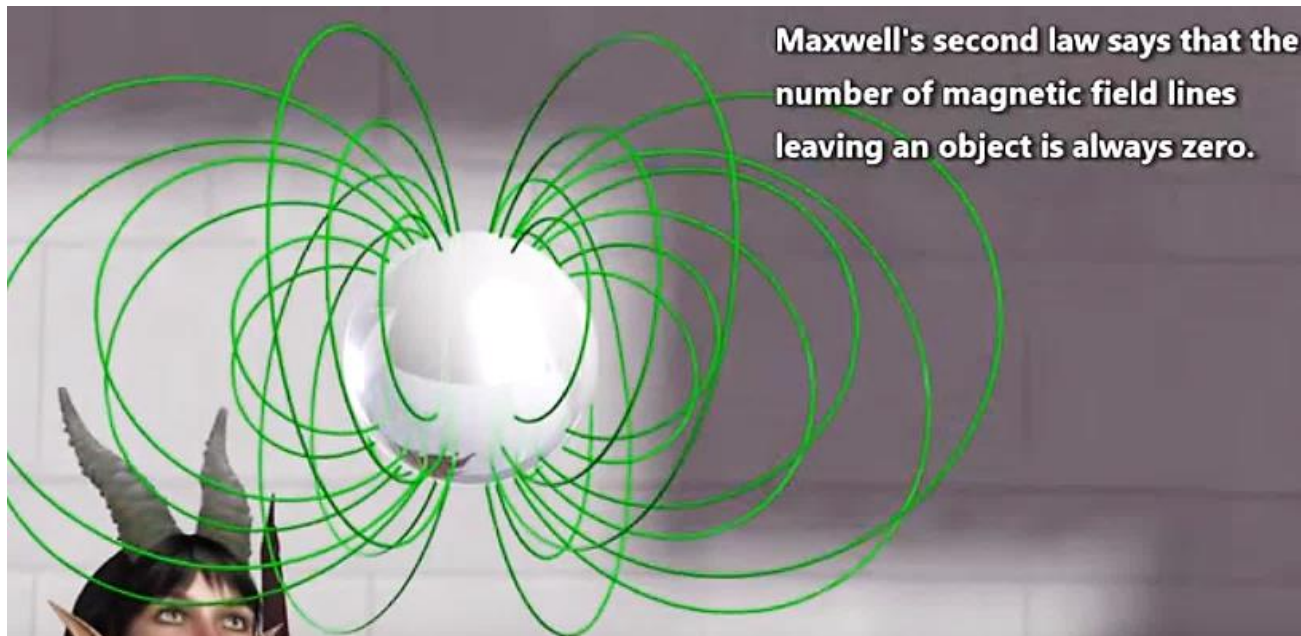
# 2ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss do Magnetismo
- ▶ Ao imergimos uma superfície fechada num campo magnético...
- ▶ ... podemos observar o comportamento de suas linhas magnéticas...



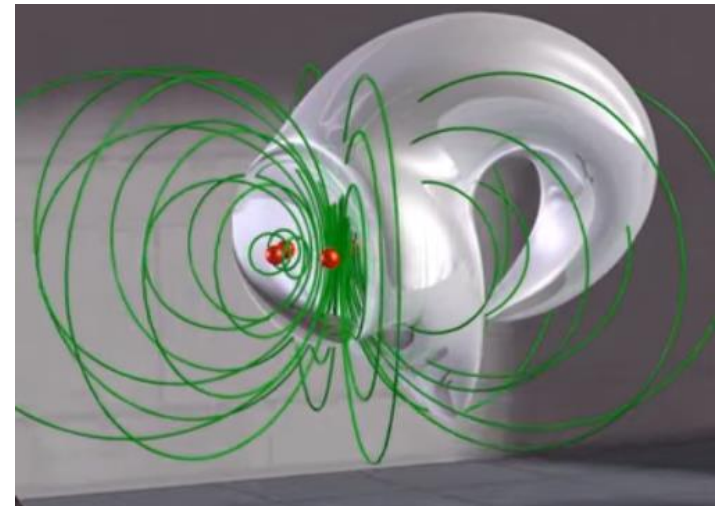
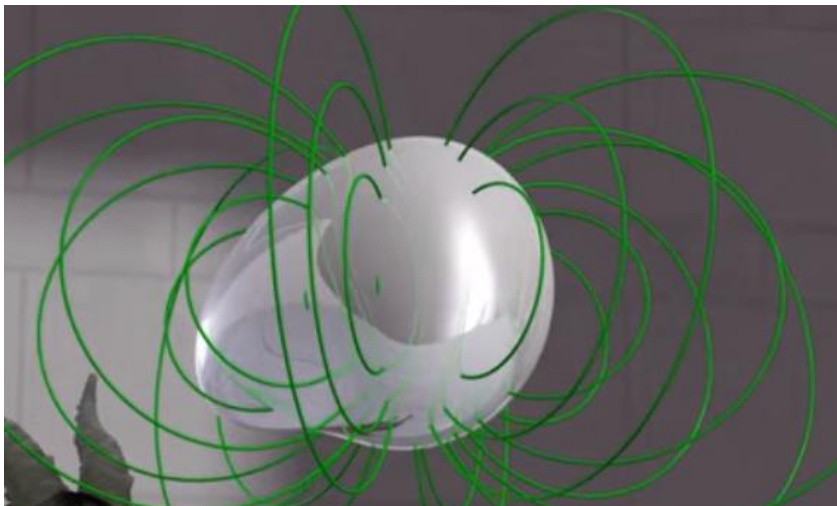
# 2ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss do Magnetismo
- ▶ “O número de linhas de campo magnético que saem de uma superfície fechada é sempre zero.”



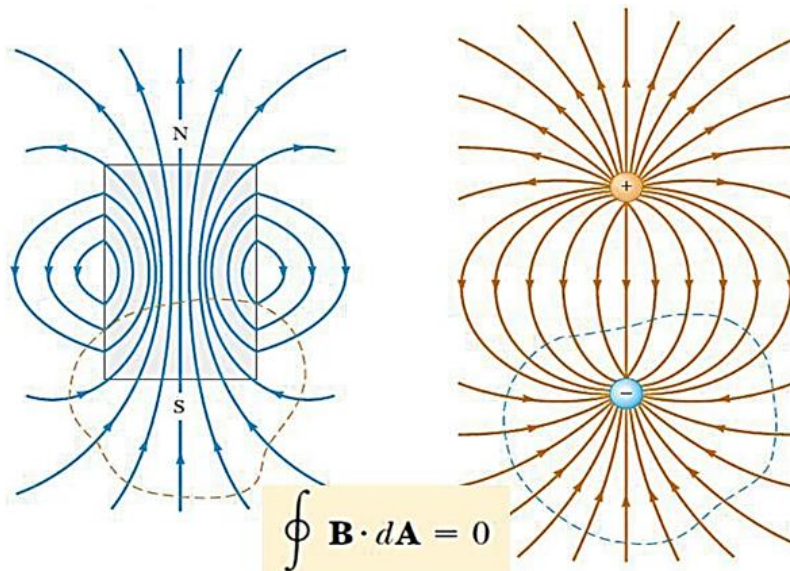
# 2ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Gauss do Magnetismo
- ▶ Também não importa o tamanho ou formato da superfície fechada ao redor dele.
- ▶ Independente de ter ou não partículas de carga dentro dele. O que importa são as linhas entrando e saindo!



# 2ª Equação de Maxwell

- ▶ Sempre haverão linhas entrando e saindo de uma superfície fechada no magnetismo. Diferentemente do que pode ocorrer na eletricidade.



# 2ª Equação de Maxwell

- ▶ 2ª Eq. de Maxwell

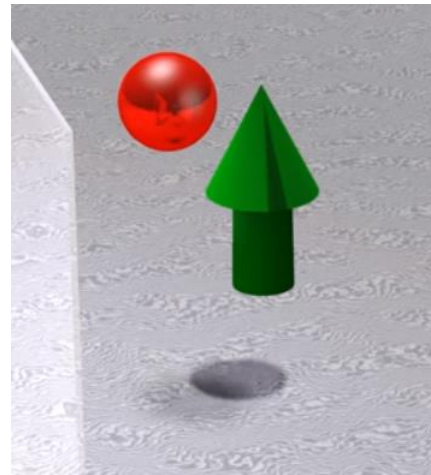
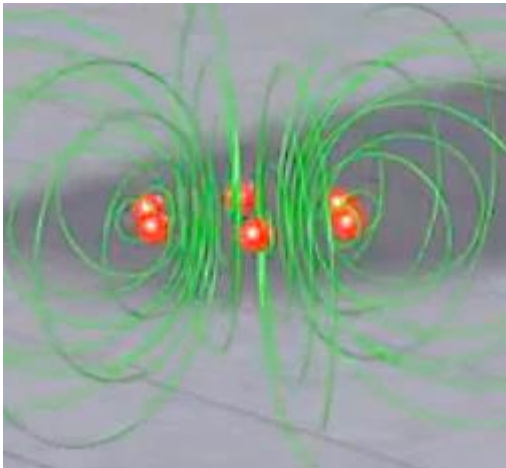
The diagram illustrates the second Maxwell equation,  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ . It features a pink box with the integral symbol  $\int$ , a yellow box with the magnetic field vector  $\vec{B}$  and the label "magnetic field" above it, a green box with the differential area vector  $d\vec{A}$  and the label "area of surface" above it, followed by an equals sign and a zero. The background is a blue-to-purple gradient.

- ▶ Relaciona o fluxo magnético às cargas magnéticas envolvidas.

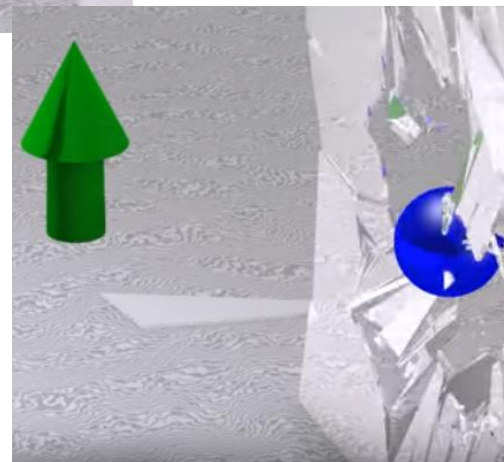
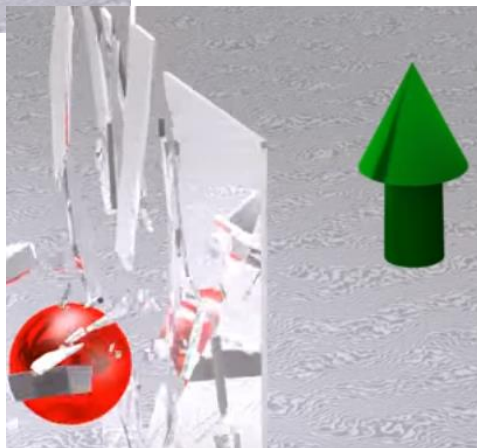
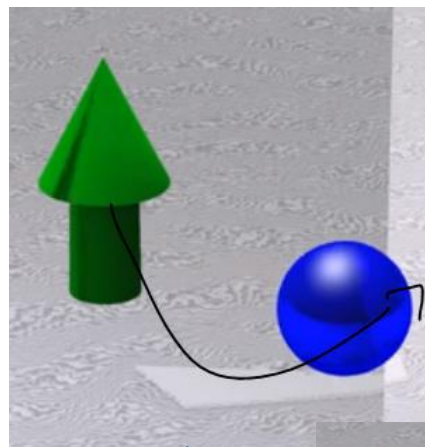
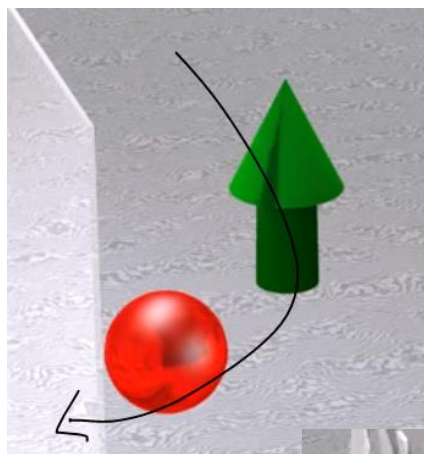


# Algumas considerações:

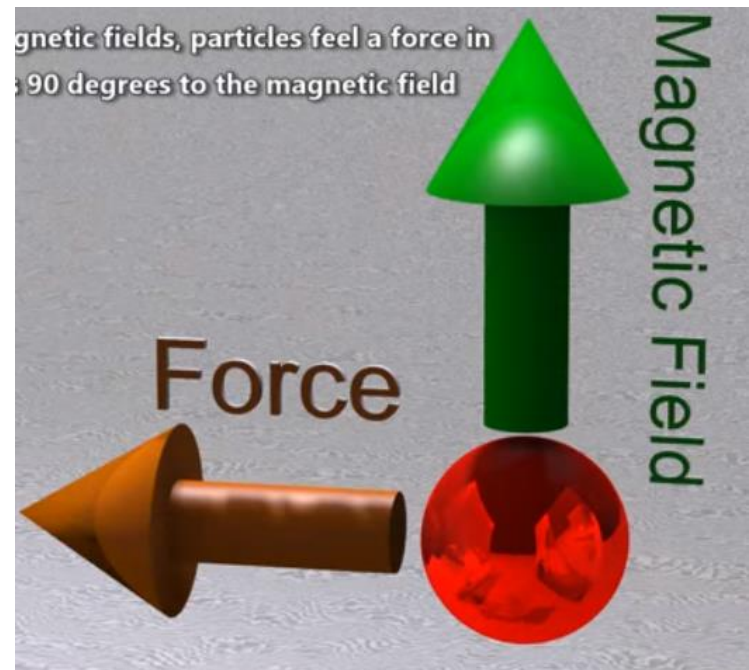
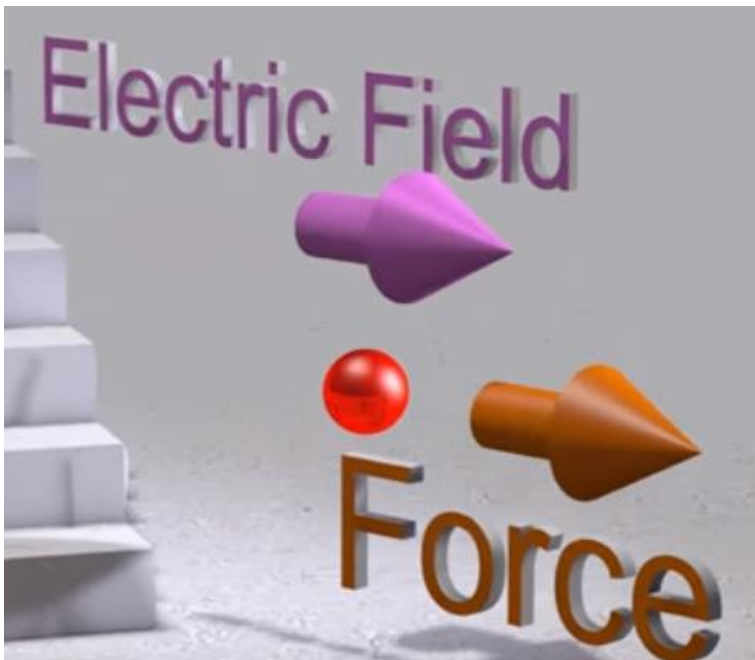
- ▶ Toda carga em movimento produz campo magnético...
- ▶ ... e campo magnético exerce força em toda a carga em movimento.



Cargas negativas experimentam força em direção oposta à recebida pelas cargas positivas.



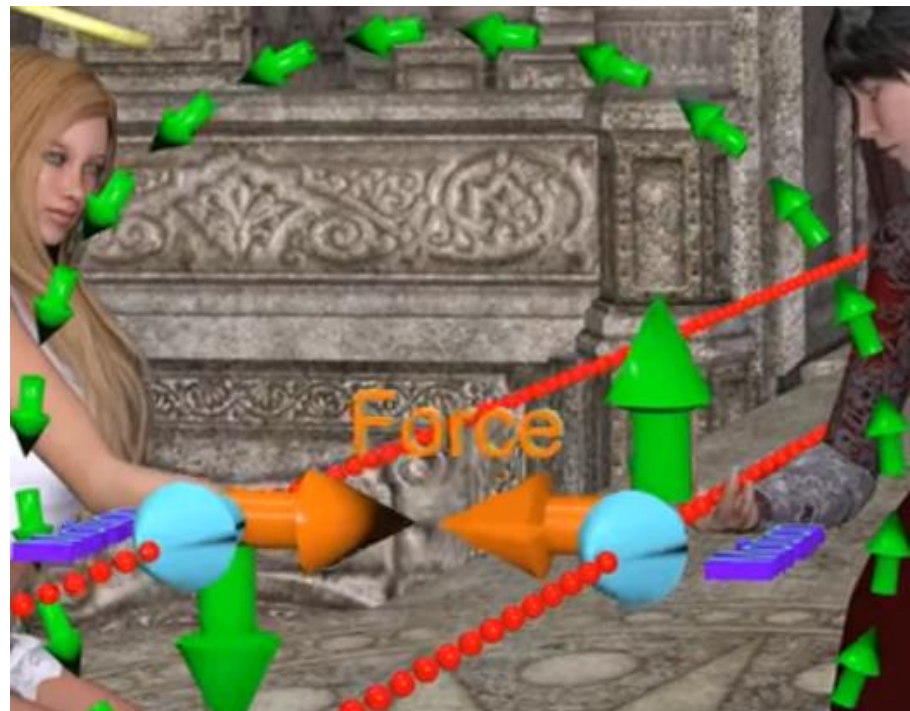
- ▶ Em campos elétricos, as partículas são submetidas a uma força paralela à direção do campo elétrico.
- ▶ Em campos magnéticos, as partículas são submetidas a uma força perpendicular ( $90^\circ$ ) à do campo magnético.



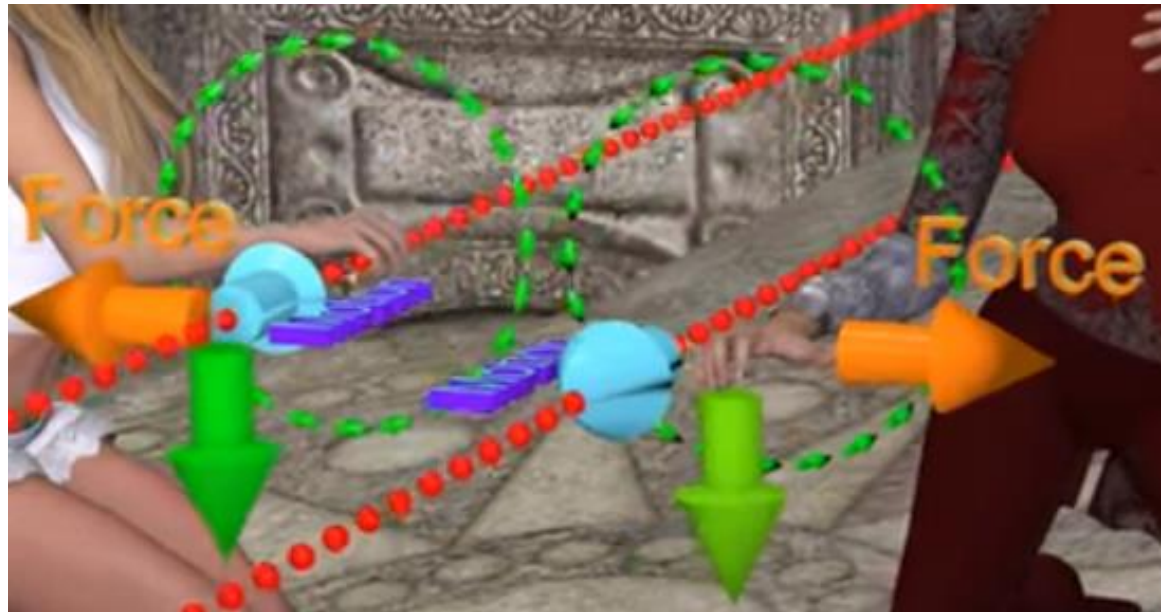
- ▶ E  $90^\circ$  também com a direção do movimento (velocidade).



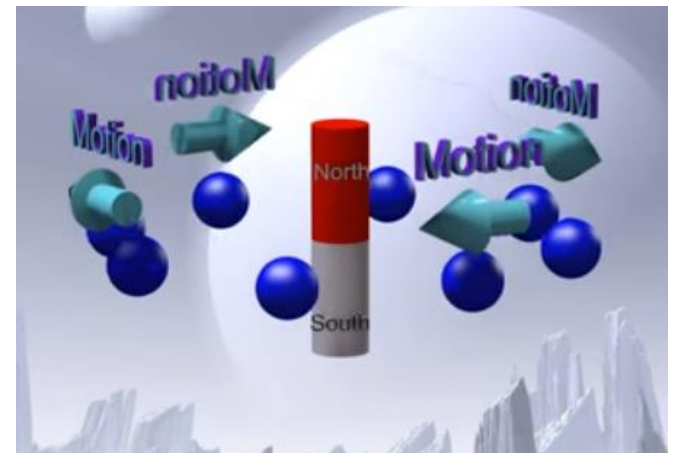
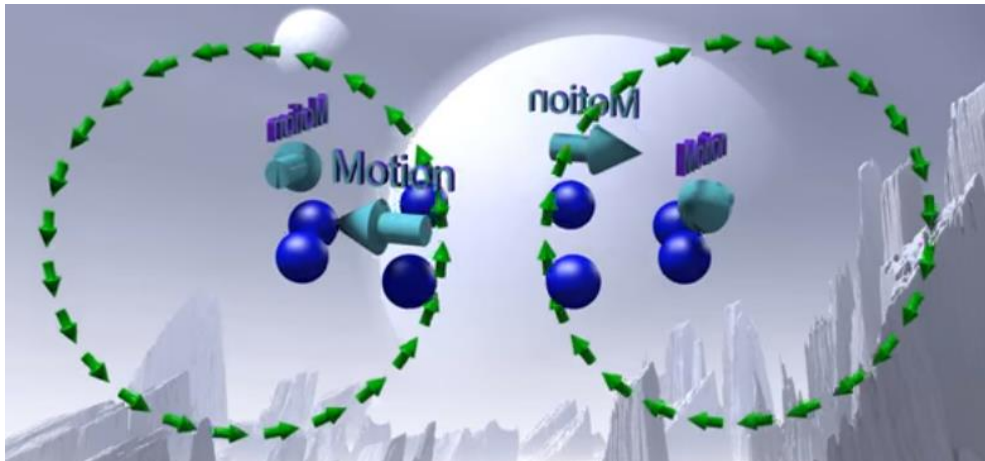
- ▶ Partículas se movendo na mesma direção, resultam em força de atração entre elas!



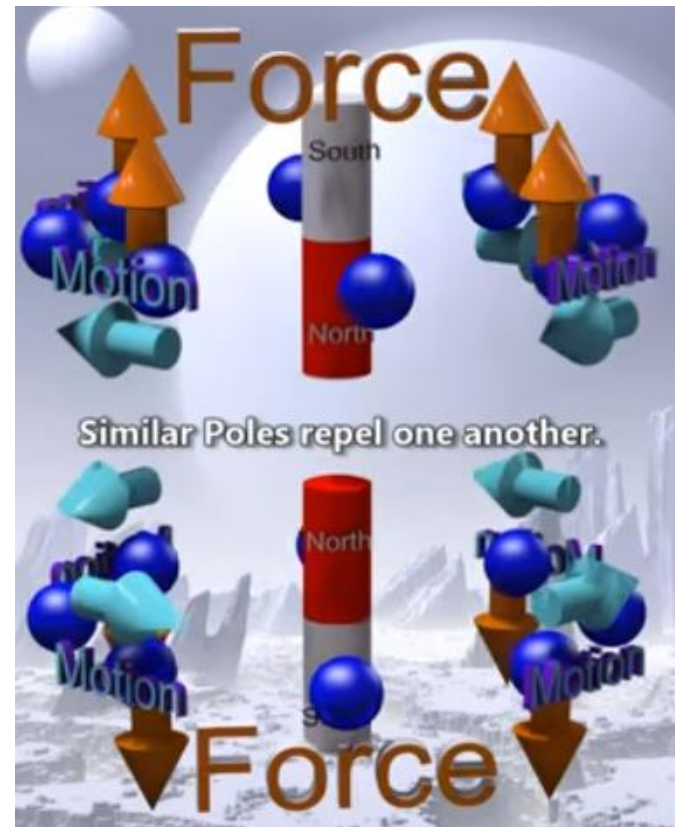
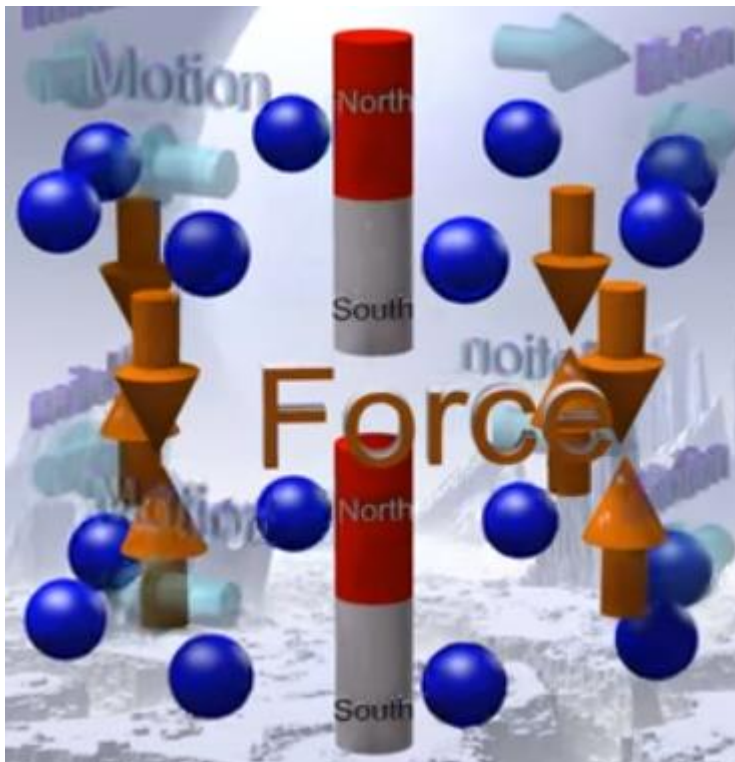
- ▶ E em direções contrárias, resultam em força de repulsão!



- ▶ O comportamento é similar ao de um ímã.



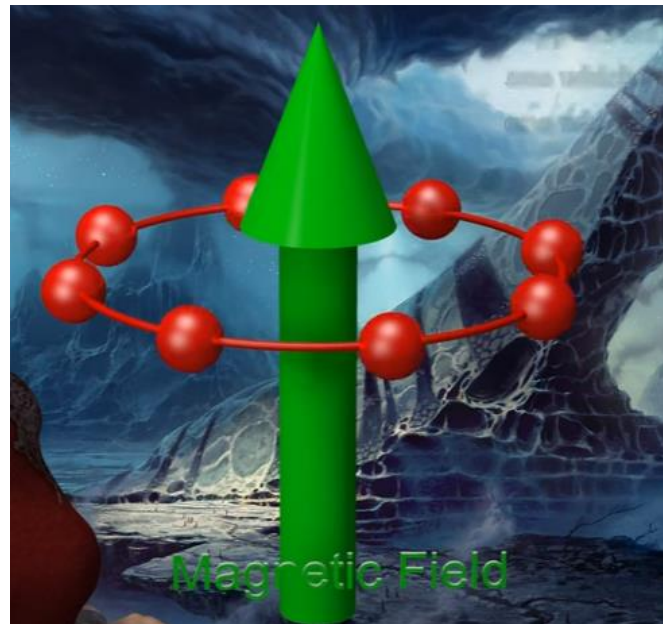
- ▶ Dois ímãs com polaridade contrárias se atraem, e com polos diferentes se repelem.





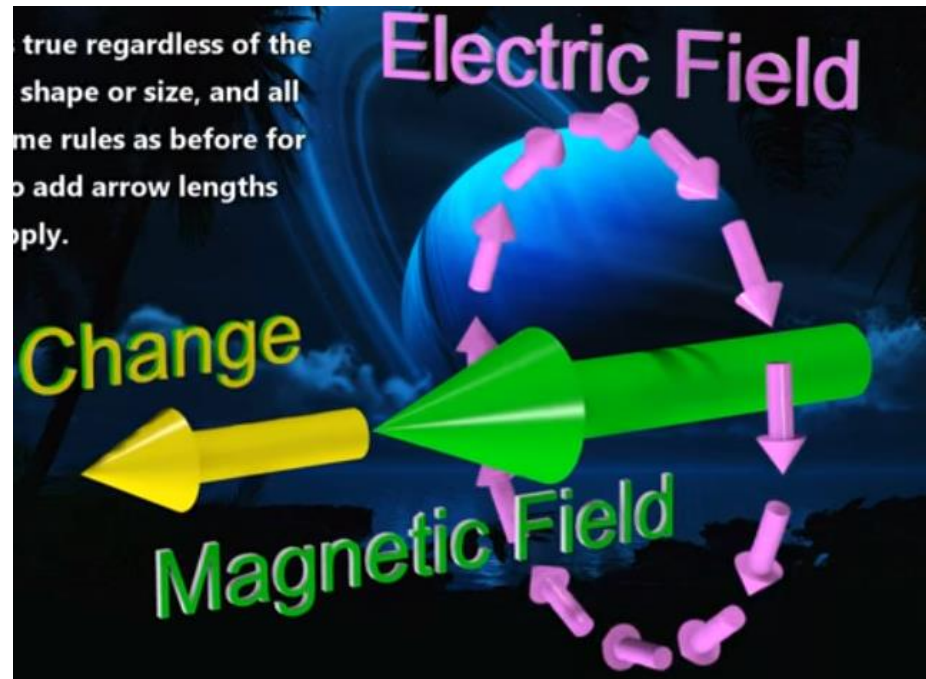
# 3ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Faraday
- ▶ “O valor da força eletromotriz induzida em uma espira é igual à taxa de variação do fluxo magnético no tempo através dessa espira.”



# 3ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Faraday
- ▶ “Um campo magnético que varia com o tempo cria, ou induz, um campo elétrico.”



# 3ª Equação de Maxwell

► 3ª Eq. de Maxwell

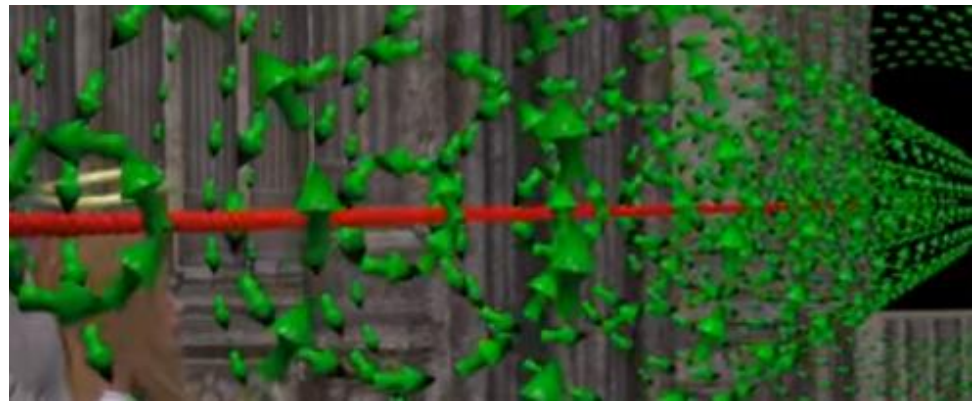
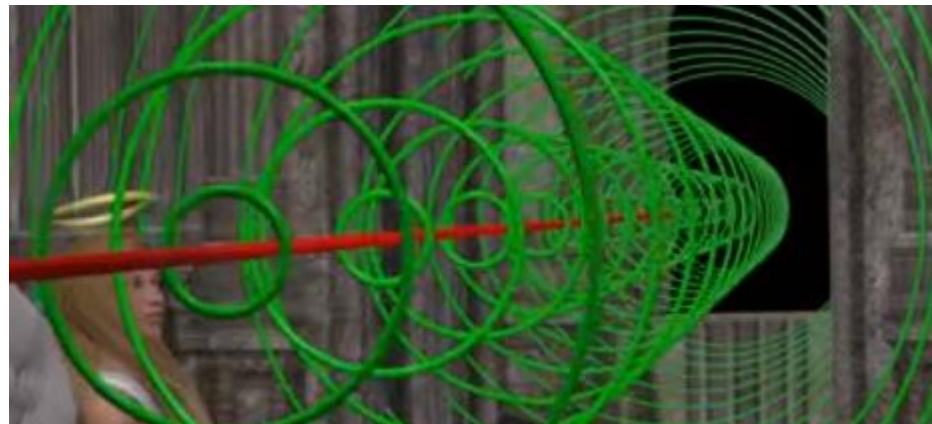
The diagram illustrates the 3rd Maxwell equation,  $\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$ . It features several components with labels:

- A pink box containing the integral symbol  $\int$ .
- A green box containing the electric field vector  $\vec{E}$ , with the label "electric field" above it.
- A blue box containing the differential area element vector  $d\vec{s}$ , with the label "infinitesimal element of closed loop" above it.
- An equals sign followed by a minus sign.
- An orange box containing the differential magnetic flux  $d\Phi_B$ , with the label "change in magnetic flux" to its right.
- A blue box containing the differential time  $dt$ , with the label "change in time" to its right.

- Relaciona o campo elétrico induzido à variação do fluxo magnético.

# 3ª Equação de Maxwell

- ▶ Da mesma forma que em campos elétricos, as linhas de força do campo magnético, indicam a direção do campo magnético.



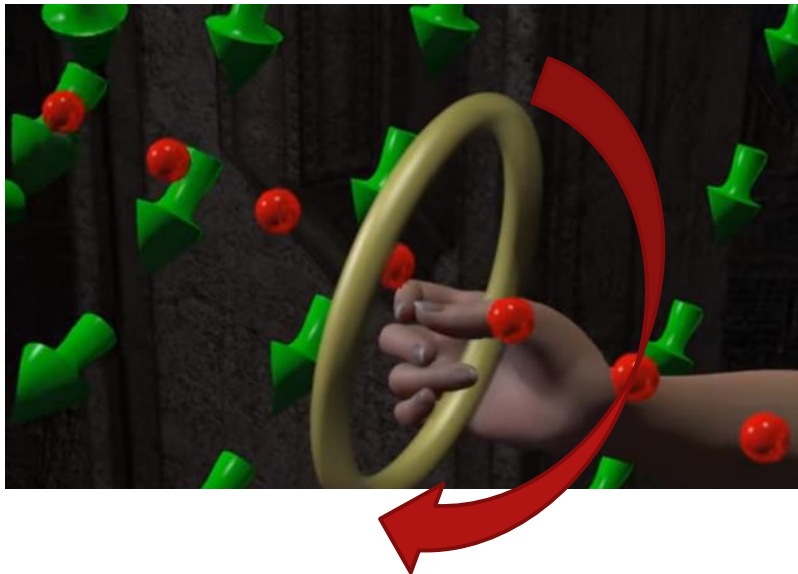
# 4ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Ampère
- ▶ “A quantidade de fluxo elétrico passando através de um elo por segundos (densidade de corrente elétrica) é proporcional ao campo magnético.”



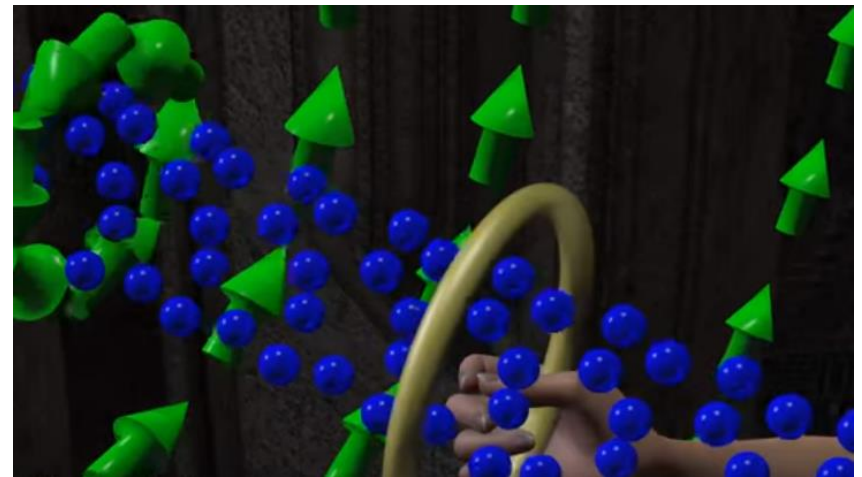
# 4ª Equação de Maxwell

- ▶ Com maior fluxo, a força do campo magnético aumenta.



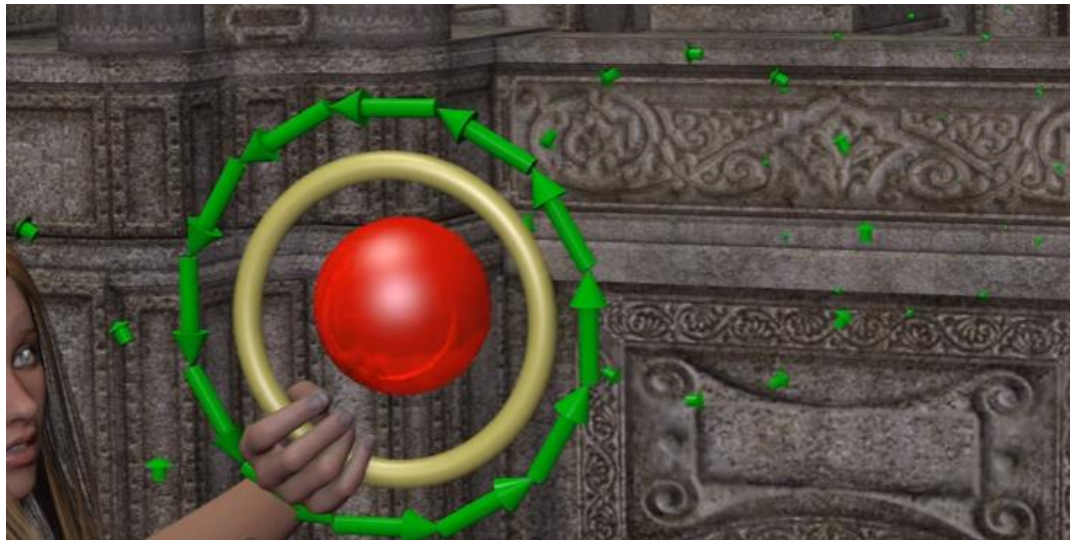
# 4ª Equação de Maxwell

- ▶ Cargas negativas fluindo através do elo, criam campo magnético oposto.



# 4ª Equação de Maxwell

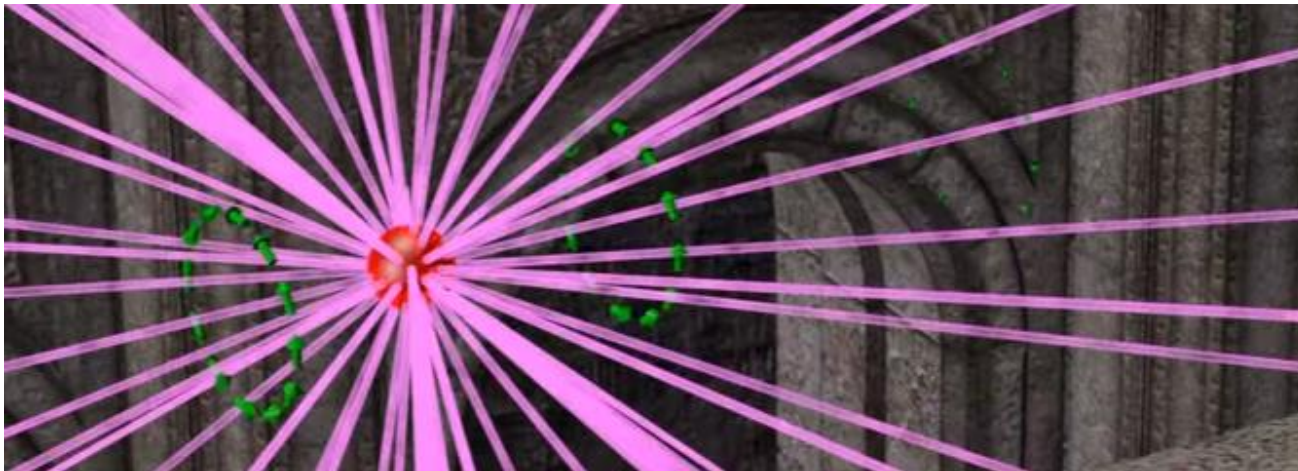
- ▶ Foi verificado que quando uma única carga passa pelo elo, o campo magnético continua existindo...



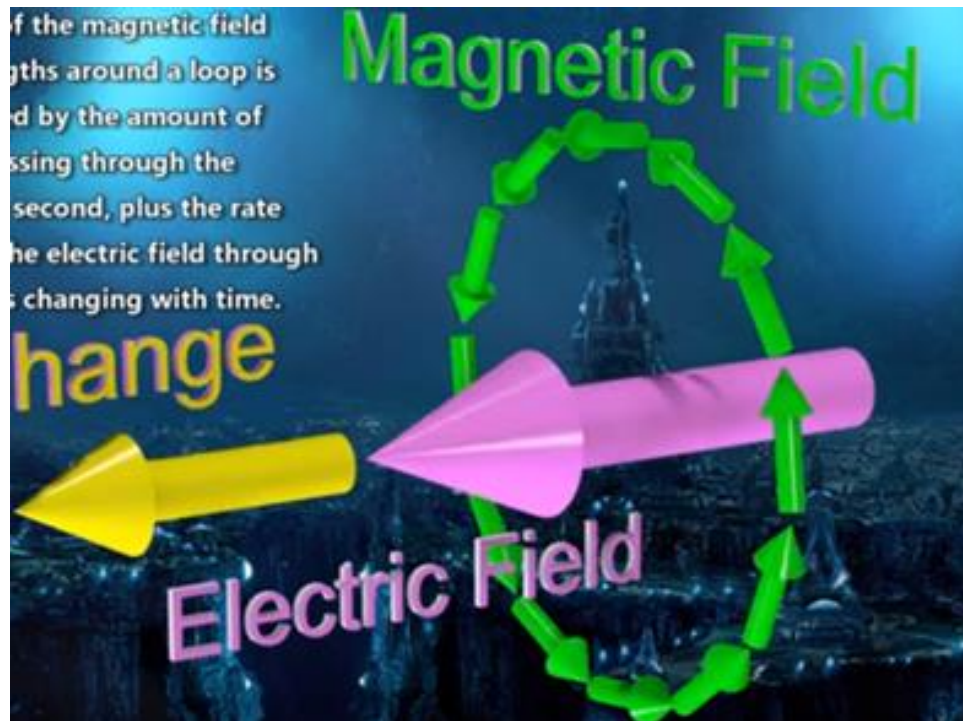


# 4ª Equação de Maxwell

- ▶ Lei de Ampère-Maxwell
- ▶ A correção de Maxwell proposta à lei de Ampère é muito importante, significa que um campo magnético que varia no tempo cria um campo elétrico que varia no tempo, e que um campo elétrico que varia no tempo gera um campo magnético que varia no tempo.



# 4ª Equação de Maxwell



# 4ª Equação de Maxwell

- ▶ 4ª Eq. de Maxwell

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

magnetic field

infinitesimal element of closed loop

permeability of free space (for magnetic fields)

current

permeability of free space (for magnetic fields)

permittivity of free space

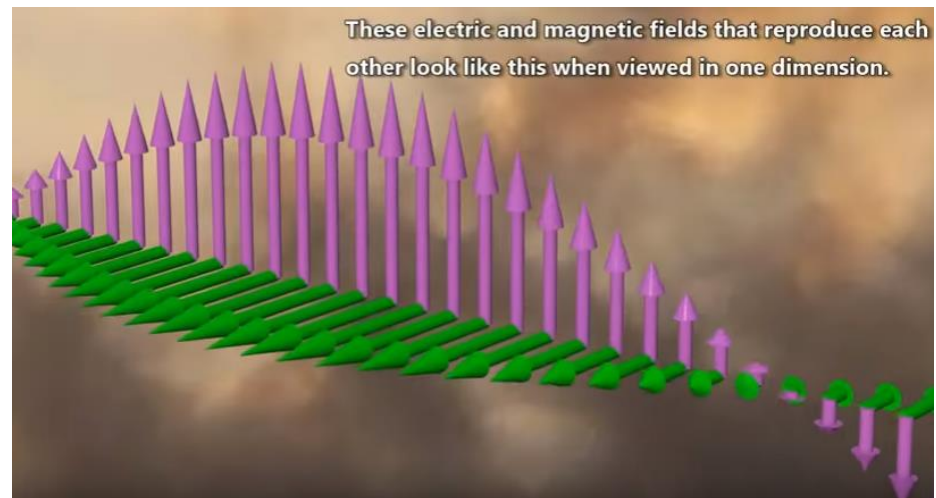
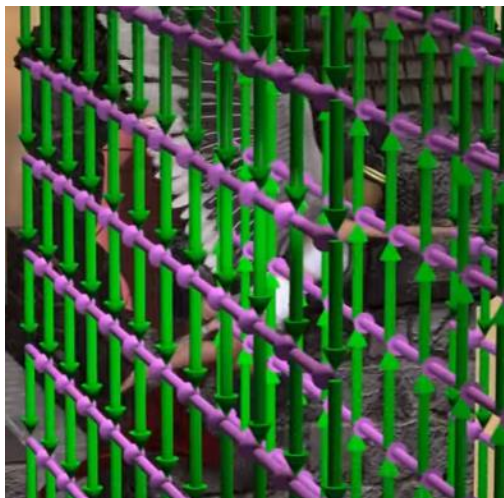
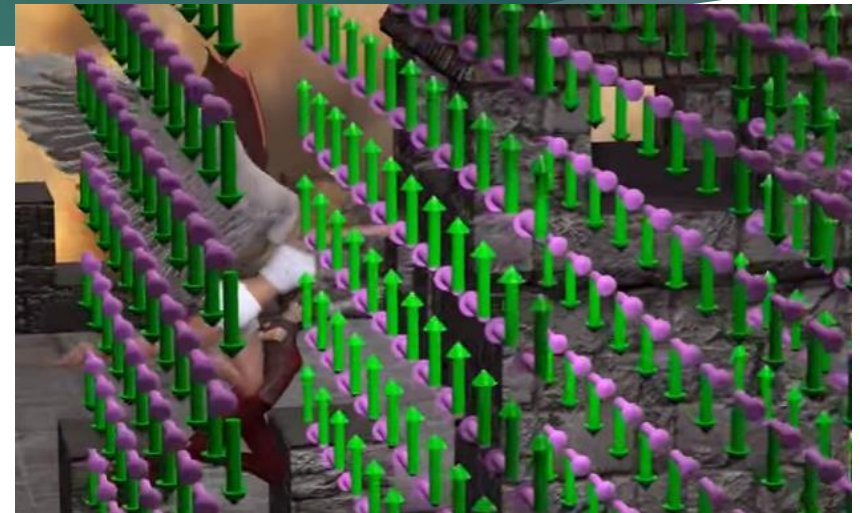
change in electric flux

change in time

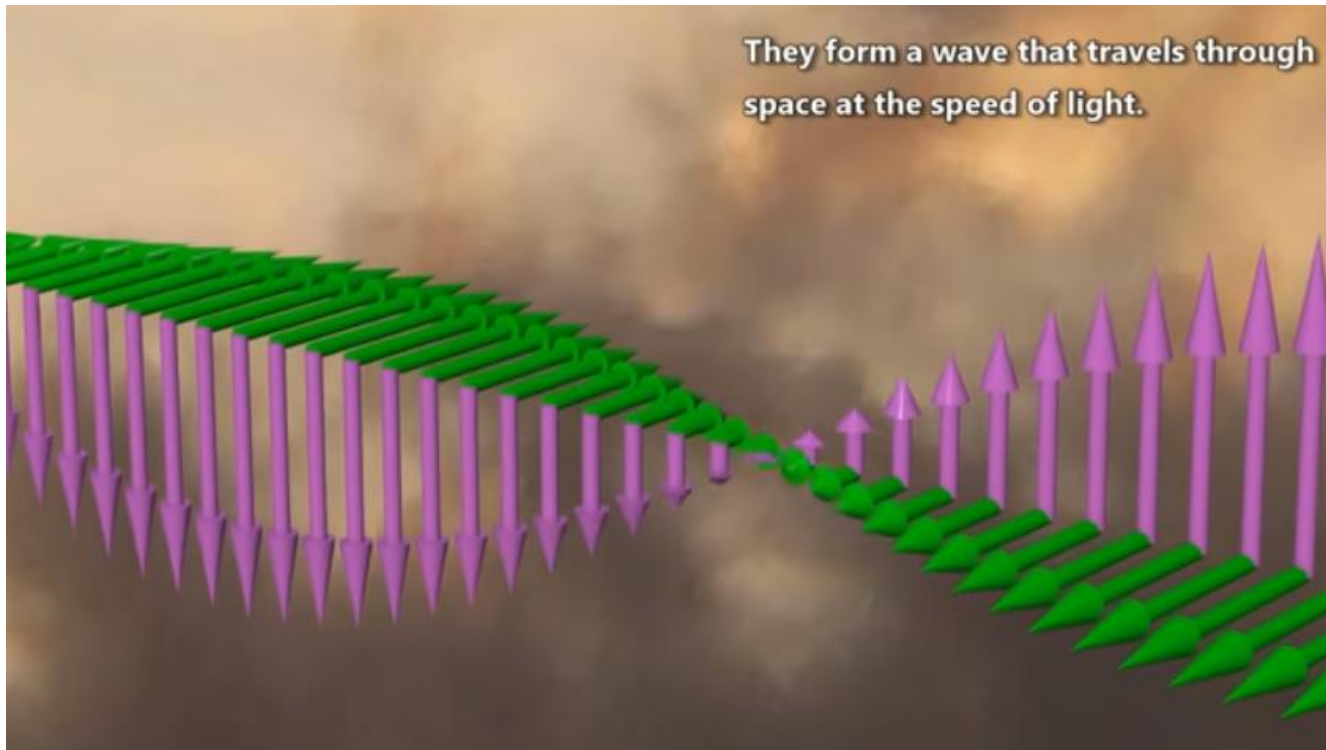
- ▶ Relaciona o campo magnético induzido à variação do fluxo elétrico e à corrente.

Ver parte do vídeo  
iniciar em 43:50

[www.youtube.com/watch?v=9Tm2c6NJH4Y&t=1355s](http://www.youtube.com/watch?v=9Tm2c6NJH4Y&t=1355s)



- ▶ Como conclusão derivada dos estudos e eq de Maxwell, e de seus sucessores, é apresentada a fórmula da velocidade das ondas eletromagnéticas.



$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

# Resumo

Gauss's law ▶

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Gauss's law in magnetism ▶

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Faraday's law ▶

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ampère–Maxwell law ▶

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

- 
- ▶ Carga elétrica
  - ▶ Campo Elétrico
  - ▶ Lei de Gauss
  - ▶ Potencial Elétrico
  - ▶ Capacitância
  - ▶ Dielétricos e Energia Eletrostática
  - ▶ Corrente Elétrica e Resistência
  - ▶ Circuitos/FEM
  - ▶ Campo Magnético
  - ▶ Fontes de campo magnético
  - ▶ Lei de Faraday
  - ▶ Indutores
  - ▶ Circuitos de C.A.
  - ▶ Magnetismo em meios materiais
  - ▶ Eq. de Maxwell e ondas eletromagnéticas



<https://www.youtube.com/watch?v=9Tm2c6NJH4Y&t=1355s>

\*3ª e 4ª lei estão invertidas no vídeo



# Referências Bibliográficas

- ▶ HALLIDAY, Resnick. Física 3. 4ª edição. Rio de Janeiro. Editora LTC, 1996.
- ▶ HALLIDAY, Resnick. Física 3. 8ª edição. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2009.
- ▶ SERWAY, R.A.& JEWETT, J.W. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics. 8ª edição. Ed Brooks/Cole Cengage, 2010.
- ▶ TIPLER, Paul. Física Volume 2. 5ª edição. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2006.
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=K40INL3KsJ4>