FÍSICA III

PROFESSORA MAUREN POMALIS

mauren.pomalis@unir.br

ENG. ELÉTRICA - 3° PERÍODO
UNIR/Porto Velho
2017/1

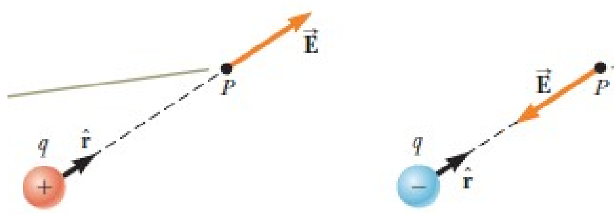
SUMÁRIO

- Revisão Campo elétrico
- Fluxo
- Gauss
- Lei de Gauss

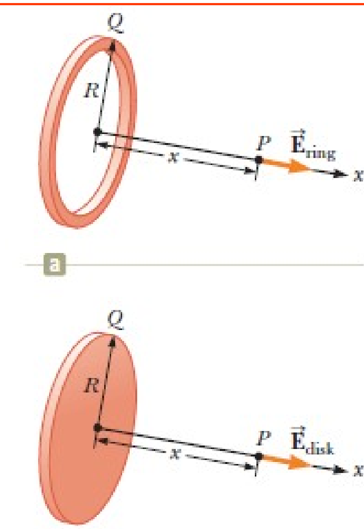
REVISÃO

- Campo elétrico devido a carga (pontual e contínua)

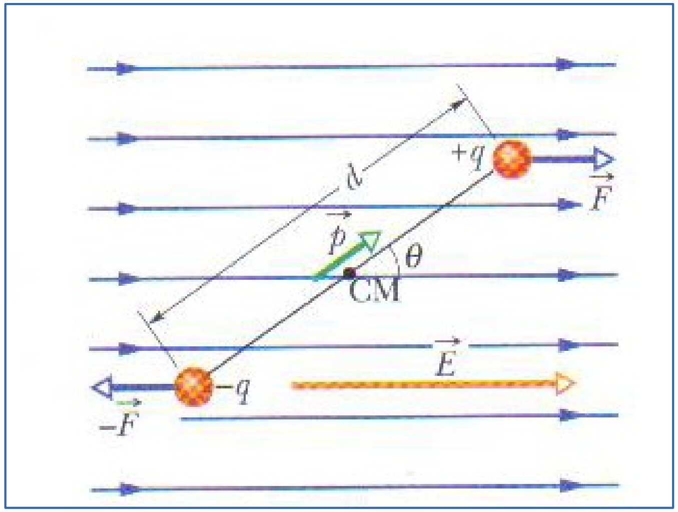
$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$



$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \int \frac{dq}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$



- Carga devido ao campo elétrico



$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

AULA

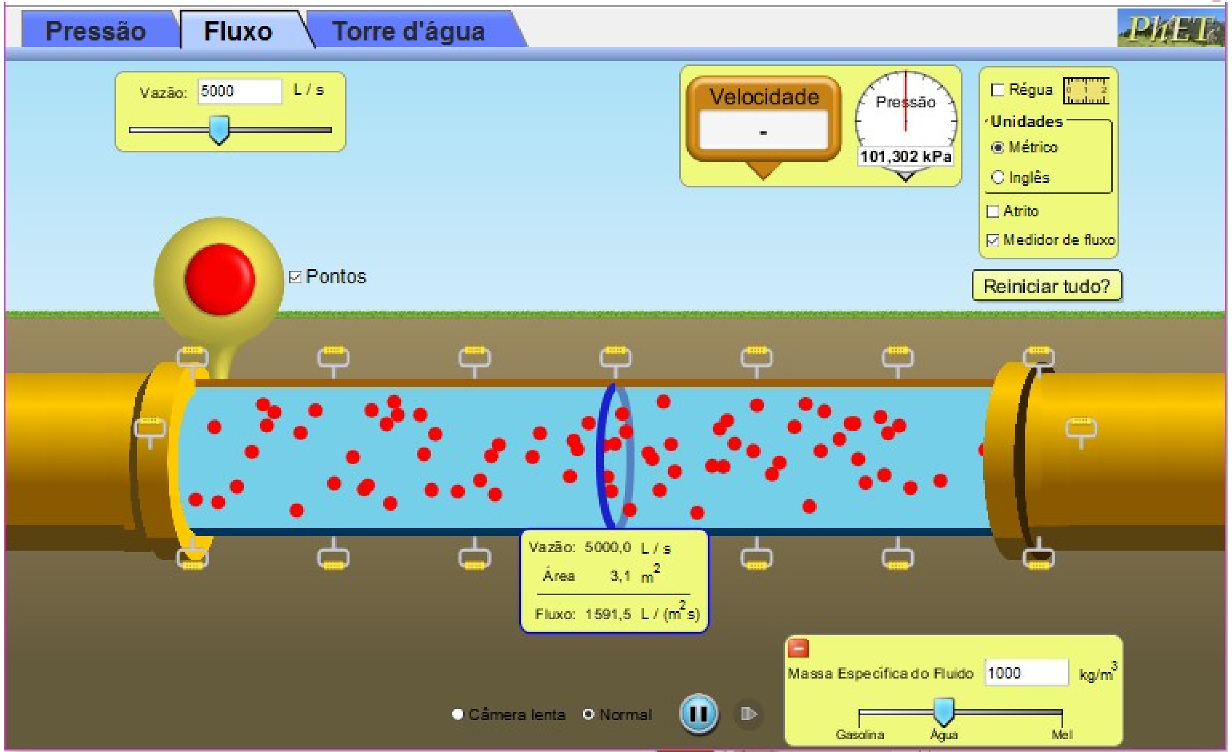
Lei de Gauss

FLUXO

- Conceito de fluxo: escoamento contínuo, ato de fluir.

  É a vazão (quantidade de volume de um dado material por unidade de tempo) que passa por determinada área.

- Ex.:
- Água numa tubulação
- Ar numa janela
- Carros num pedágio
- Borboletas numa rede



https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/category/physics/motion

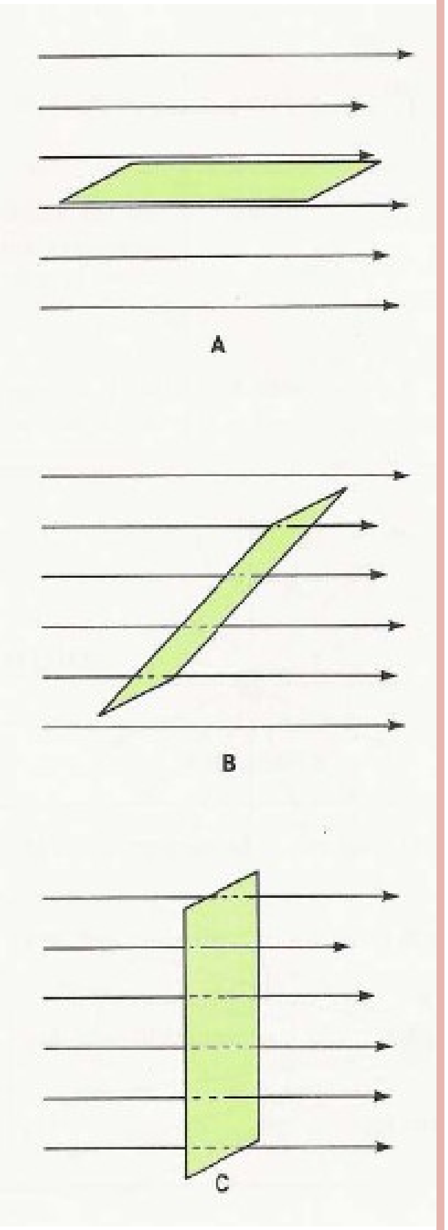
FLUXO DE UM VETOR

- Observam-se 3 figuras:

- Percebe-se que o fluxo que passa em cada caso depende da área A da superfície.

- Fluxo, nesse caso, é a quantidade de vetores que passa pela área quadrada.

- Com vetores perpendiculares à área, o fluxo é máximo, porém, quando paralelos, é nulo.



FLUXO

- Considerando-se que o fluxo do exemplo anterior é de vento, a fórmula de fluxo volumétrico é dada com:

$$\Phi = vA\cos\theta = \vec{v} \cdot \vec{A}$$

- Sendo v=velocidade e A=área, ambos com uma determinada direção. E ɵ o ângulo entre eles.

- Pode-se utilizar uma interpretação mais “abstrata”, conforme Halliday.

- Associa-se um vetor velocidade do vento em cada ponto no interior da espira, o conjunto de vetores é um campo de velocidades.

- Dessa forma, ϕ é o *fluxo do campo de velocidades através da espira*.

FLUXO ELÉTRICO

- Então, o fluxo não é mais a passagem de algo por uma área e sim, o produto de uma área por um campo existente no interior dessa área.

- Que adaptado ao caso do fluxo elétrico com a utilização do campo elétrico fica:

$$\Phi_E = EA_{\perp} = EA\cos\theta$$

$$\Phi = \sum \vec{E} \cdot \Delta\vec{A}.$$

- A partir desse conceito de fluxo, pode-se definir a Lei de Gauss.

Quem foi Gauss?

GAUSS

- Johann Carl Friedrich Gauss = *Príncipe dos matemáticos*
- Nasceu em 30 de abril de 1777, em Brunswick, Alemanha.
- Conta-se que já aos três anos de idade, Gauss era capaz de corrigir seu pai em alguns cálculos aritméticos.
- Aos sete anos, impressionou seu professor de matemática, quando quase instantaneamente calculou a soma de 1 a 100. Ele simplesmente usou, sem conhecer, a regra da soma de uma progressão aritmética.

GAUSS

- Em 1832, Gauss iniciou estudos sobre a teoria do magnetismo terrestre. Oito anos depois ele publicou três artigos da maior importância. Em um, ele mostrou que o globo terrestre só pode ter dois polos magnéticos.
- Juntamente com Weber, ele descobriu as leis de Kirchhoff.
- Faleceu em Göttingen, Alemanha, em 23 de fevereiro de 1855.
- Contribuições em várias áreas:

-Eletricidade: Lei de Gauss

-Estatística: Curva de Gauss

-Cálculo Numérico: Método de Gauss-Seidel

-Astronomia: Lei de Gauss da gravitação

-Matemática: Algoritmo de Gauss-Newton

-Cálculo do π: Algoritmo de Gauss–Legendre...

LEI DE GAUSS

- É uma nova formulação para a Lei de Coulomb.

- É a primeira equação das Equações de Maxwell.

- Ideal para problemas de alta simetria
  - Simetria planar;
  - Simetria cilíndrica ou axial;
  - Simetria esférica.

LEI DE GAUSS
ANALOGIA:

- Desejamos medir a "intensidade da chuva" em um dia chuvoso

➔ Método 1: obter o volume de água de um pingo de chuva e contar o número de pingos que caírem sobre uma superfície em um determinado intervalo de tempo.

Procedimento análogo à aplicação da Lei de Coulomb

➔ Método 2: Estender um tecido seco com uma certa área e, após algum tempo na chuva, removê-lo e torcê-lo, medindo o volume de água resultante

Procedimento análogo à aplicação da Lei de Gauss

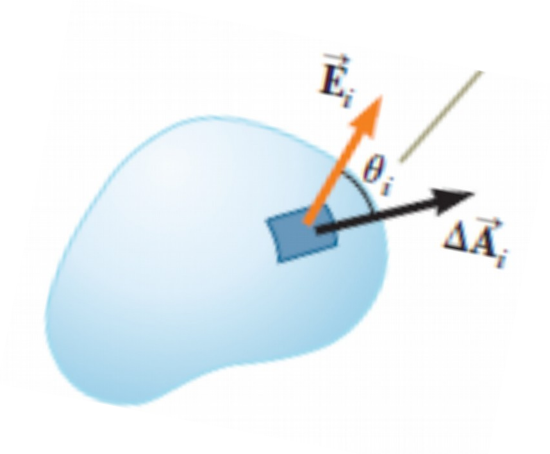
O método 1 é um procedimento "microscópico"

O método 2 é um procedimento "macroscópico"

Ambos devem ter a mesma resposta.

LEI DE GAUSS

- Numa superfície qualquer, fechada, está passando um campo elétrico, E.
- Considerando-se uma pequena área, A, nesta superfície, pode-se calcular o fluxo elétrico através dela.



$$\Phi_E = EA$$

- O fluxo total nessa superfície é o somatório de cada campo, em cada área.

$$\Phi_E \approx \sum \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

LEI DE GAUSS

- Sendo a superfície contínua (considerando-se cada área, A, uma área muito pequena) esse somatório pode ser convertido numa integral:

$$\Phi_E \equiv \int_{\text{surface}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

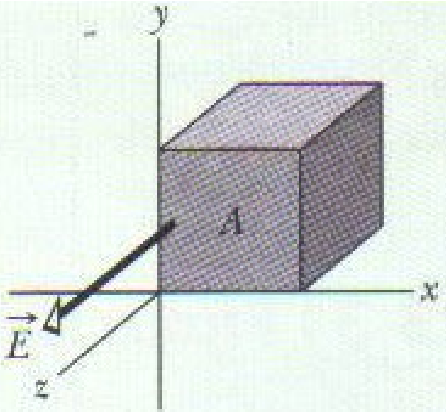
- Como a superfície é fechada, então:

$$\Phi_E = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

LEI DE GAUSS

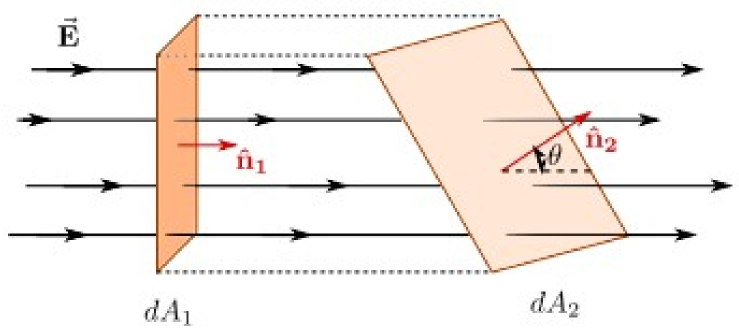
- Teste 1 (Halliday)

TESTE 1 A figura mostra um cubo gaussiano cujas faces têm área A imerso em um campo elétrico uniforme $\vec{E}$ orientado no sentido positivo do eixo z. Determine, em termos de E e A, o fluxo através (a) da face frontal do cubo (a face situada no plano xy); (b) da face traseira; (c) da face superior; (d) do cubo como um todo.



- a)+EA
- b)-EA
- c)0
- d)0
- Faces inferior e laterais = 0

Lembrando que:

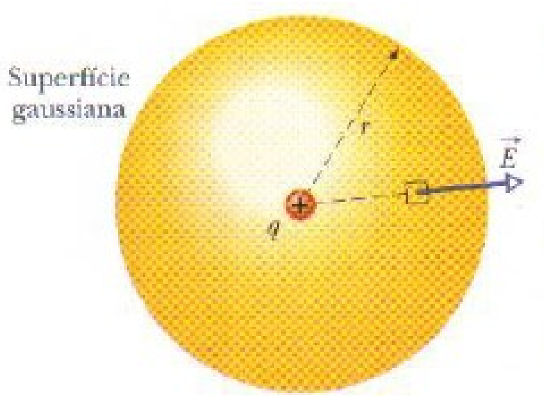


$$d\Phi_E = \vec{E}\cdot\hat{n}_1 dA_1 = \vec{E}\cdot\hat{n}_2 dA_2 \equiv \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

LEI DE GAUSS

- A Lei de Gauss para a eletricidade relaciona o fluxo total ϕ de um campo elétrico através de uma superfície gaussiana à carga total envolvida, q_{env}.

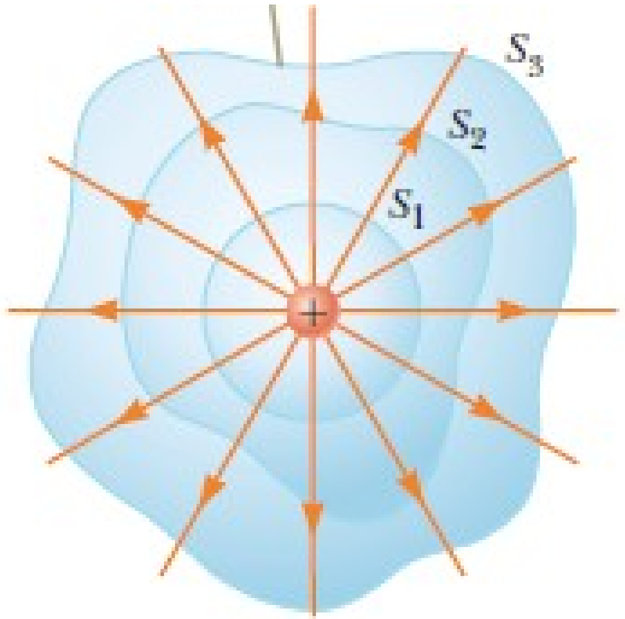
- Então uma carga positiva envolvida por uma superfície esférica, resulta em:



$$\varepsilon_0 \Phi = q_{env} \qquad \text{(lei de Gauss)}$$

LEI DE GAUSS

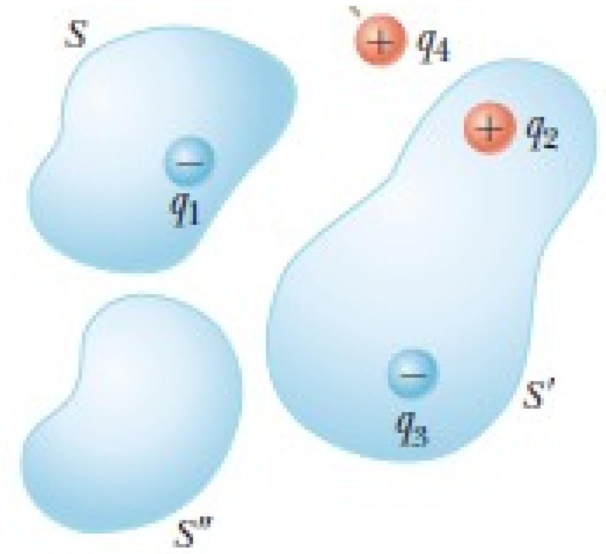
- E quanto a forma da superfície? Quando não for esférica?

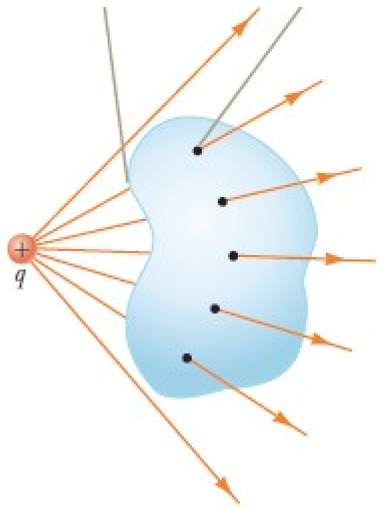


- As linhas de campo produzidas pela carga continuam sendo as mesmas e atravessando as diferentes superfícies do mesmo jeito.

LEI DE GAUSS

- Mas e quanto a uma carga fora de uma superfície? Ela influencia no fluxo através dessa superfície?





- Não!
- Porque as linhas que entram são as mesmas que saem.
- Conclui-se ainda que uma superfície que não engloba nenhuma carga tem fluxo total zero.

LEI DE GAUSS

- Condutor carregado
- O campo elétrico num condutor equilibrado é nulo.
- Pela Lei de Gauss é possível encontrar as cargas no interior do condutor.

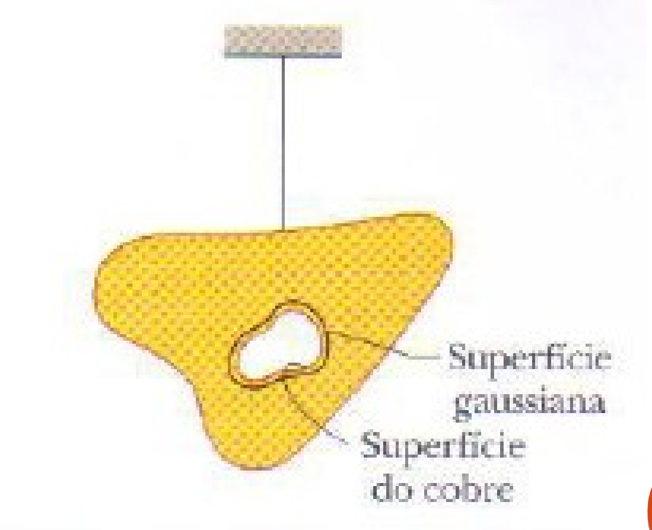
- Se E=0
- q=0
- As cargas estão distribuídas na superfície externa.

LEI DE GAUSS

- Se existe uma cavidade no material condutor e é colocada uma superfície gaussiana envolvendo a cavidade para verificar onde estão as cargas:

- Percebe-se que o fluxo através da superfície gaussiana é nula, uma vez que o campo elétrico, E, no interior segue sendo 0.

- Conclui-se que as cargas estão na superfície externa do condutor.

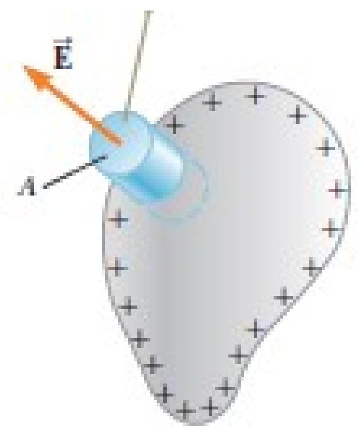


LEI DE GAUSS

- Campo Elétrico Externo:
- Coloca-se uma superfície gaussiana que atravessa a superfície do condutor.
- Utiliza-se uma superfície pequena para que se possa desprezar a curvatura.
- Como a análise é de uma superfície, q=σ.A
- Assim,

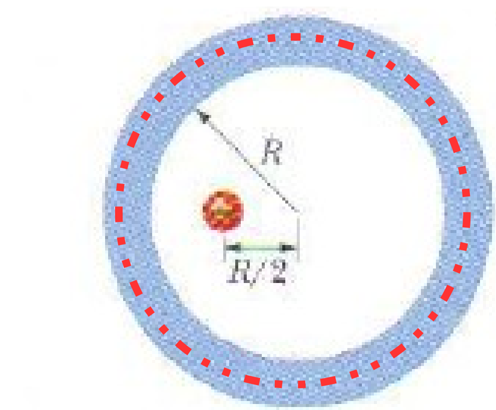
$$\Phi_E = \oint E\,dA = EA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \text{(superfície condutora)}$$

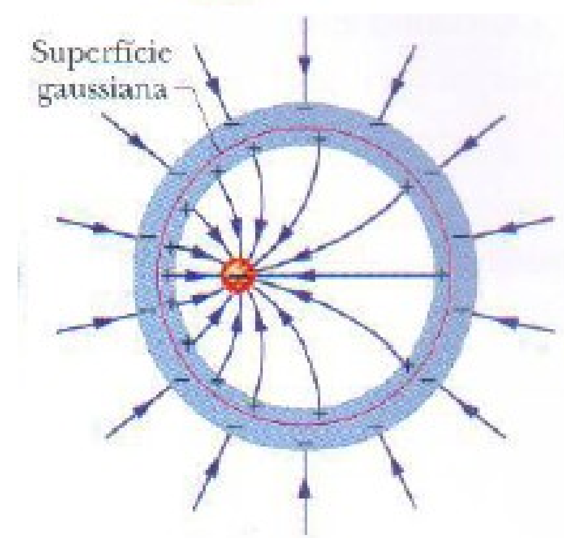


LEI DE GAUSS

- Condutor com formato de camada esférica;
- Com uma carga descentralizada dentro dele.



- Será inserida uma superfície gaussiana dentro do condutor para análise do fluxo.
- Em consequência da carga -q, as cargas positivas se distribuem assimetricamente no interior da camada.
- Porém, ocorre uma distribuição de cargas negativas na camada externa, que é uniforme.
- Como ficam as linhas de campo?



LEI DE GAUSS

- Aplicando a Lei de Gauss:
- A lei de Gauss é útil para determinar campos elétricos de distribuições de cargas com alto grau de simetria.
- A ideia é escolher uma superfície gaussiana que satisfaz uma ou mais condições a seguir:
  - O valor do campo elétrico pode ser constante sobre a superfície devido à simetria.
  - $E \cdot dA$ é 0, porque E e dA são perpendiculares, ou
  - $E \cdot dA$ é $\pm EdA$, pois E e dA são paralelos.
  - O campo pode ser zero sobre a superfície.

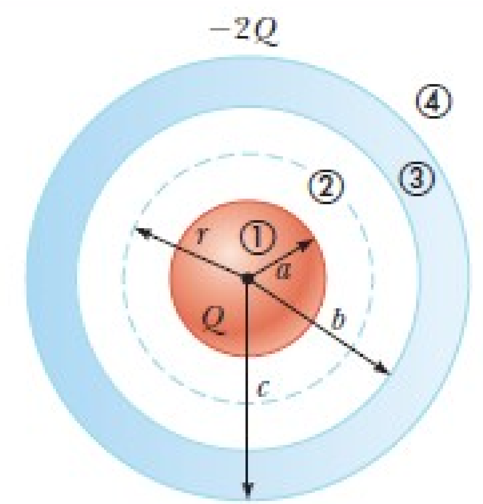
LEI DE GAUSS

- Aplicando a Lei de Gauss:
- Exemplos (quadro): planar, cilíndrica, esférica

LEI DE GAUSS

Example 24.7 **A Sphere Inside a Spherical Shell**

A solid insulating sphere of radius a carries a net positive charge Q uniformly distributed throughout its volume. A conducting spherical shell of inner radius b and outer radius c is concentric with the solid sphere and carries a net charge $-2Q$. Using Gauss's law, find the electric field in the regions labeled ①, ②, ③, and ④ in Active Figure 24.17 and the charge distribution on the shell when the entire system is in electrostatic equilibrium.



ACTIVE FIGURE 24.17

(Example 24.7) An insulating sphere of radius a and carrying a charge Q surrounded by a conducting spherical shell carrying a charge $-2Q$.

SOLUTION

Conceptualize Notice how this problem differs from Example 24.3. The charged sphere in Figure 24.10 appears in Active Figure 24.17, but it is now surrounded by a shell carrying a charge $-2Q$.

Categorize The charge is distributed uniformly throughout the sphere, and we know that the charge on the conducting shell distributes itself uniformly on the surfaces. Therefore, the system has spherical symmetry and we can apply Gauss's law to find the electric field in the various regions.

Analyze In region ②—between the surface of the solid sphere and the inner surface of the shell—we construct a spherical gaussian surface of radius r, where $a < r < b$, noting that the charge inside this surface is $+Q$ (the charge on the solid sphere). Because of the spherical symmetry, the electric field lines must be directed radially outward and be constant in magnitude on the gaussian surface.

continued

24.7 cont.

The charge on the conducting shell creates zero electric field in the region $r < b$, so the shell has no effect on the field due to the sphere. Therefore, write an expression for the field in region ② as that due to the sphere from part (A) of Example 24.3:

$$E_2 = \boxed{k_e \frac{Q}{r^2} \quad (\text{for } a < r < b)}$$

Because the conducting shell creates zero field inside itself, it also has no effect on the field inside the sphere. Therefore, write an expression for the field in region ① as that due to the sphere from part (B) of Example 24.3:

$$E_1 = \boxed{k_e \frac{Q}{a^3} r \quad (\text{for } r < a)}$$

In region ④, where $r > c$, construct a spherical gaussian surface; this surface surrounds a total charge $q_{in} = Q + (-2Q) = -Q$. Therefore, model the charge distribution as a sphere with charge $-Q$ and write an expression for the field in region ④ from part (A) of Example 24.3:

$$E_4 = \boxed{-k_e \frac{Q}{r^2} \quad (\text{for } r > c)}$$

In region ③, the electric field must be zero because the spherical shell is a conductor in equilibrium:

$$E_3 = \boxed{0 \quad (\text{for } b < r < c)}$$

Construct a gaussian surface of radius r, where $b < r < c$, and note that q_{in} must be zero because $E_3 = 0$. Find the amount of charge q_{inner} on the inner surface of the shell:

$$q_{in} = q_{sphere} + q_{inner}$$

$$q_{inner} = q_{in} - q_{sphere} = 0 - Q = -Q$$

Finalize The charge on the inner surface of the spherical shell must be $-Q$ to cancel the charge $+Q$ on the solid sphere and give zero electric field in the material of the shell. Because the net charge on the shell is $-2Q$, its outer surface must carry a charge $-Q$.

WHAT IF? How would the results of this problem differ if the sphere were conducting instead of insulating?

Answer The only change would be in region ①, where $r < a$. Because there can be no charge inside a conductor in electrostatic equilibrium, $q_{in} = 0$ for a gaussian surface of radius $r < a$; therefore, on the basis of Gauss's law and symmetry, $E_1 = 0$. In regions ②, ③, and ④, there would be no way to determine from observations of the electric field whether the sphere is conducting or insulating.

TABELA LIVRO TIPLER (FÍSICA VOL 2 CAP. 22 PÁG. 64 5ª EDIÇÃO)

9. Campos Elétricos para Diversas Distribuições Uniformes de Carga

De um segmento de reta carregado	$E_y = \frac{k\lambda}{y}(\text{sen}\,\theta_2 - \text{sen}\,\theta_1);\ E_x = \frac{k\lambda}{y}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$
De uma reta infinita carregada	$E_R = 2k\frac{\lambda}{R} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{R}$
Sobre o eixo de um anel carregado	$E_x = \frac{kQx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$
Sobre o eixo de um disco carregado	$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}}}\right), \quad x > 0$
De um plano carregado	$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \quad x > 0$
De uma casca esférica carregada	$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}, \quad r > R$ $E_r = 0, \quad r < R$
De uma esfera maciça carregada	$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}, \quad r \geq R$ $E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^3}r, \quad r \leq R$

BIBLIOGRAFIA

- HALLIDAY, Resnick. Física 3. 4ª edição. Rio de Janeiro. Editora LTC, 1996.
- TIPLER, Paul. Física Volume 2. 5ª edição. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2006.
- MICKELVEY, J. P. Física. São Paulo. Editora LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2000, v.2.
- NUSSENSWEIG, Moises. Curso de Física básica 3. São Paulo. Editora Blucher Ltda, 1997.
- SEARS E ZEMANSKY, Física 3. São Paulo. Addison Wesley, 2003, v3.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- CHAVES, Alaor. Física Básica – Eletromagnetismo. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2007.
- HALLIDAY, Resnick. Física 3. 8ª edição. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2009.
- CROWELL, Benjamin. Eletricity and Magnetism. California, USA. Ed. Light and Matter, 2002.
- SERWAY, R.A.& JEWETT, J.W. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics. 8ª edição. Ed Brooks/Cole Cengage, 2010.
- ULABY, Fawwaz T. Eletromagnetismo para engenheiros. Porto Alegre/RS. Editora Bookman, 2007. (original da Universidade de Michigan).